Résumé de Cours sur les nombres complexes (Partie 2)

PROF : ATMANI NAJIB **2ème BAC Sciences ex (pc-svt…)**

NOMBRES COMPLEXES

A) LA FORME EXPONENTIELLE D'UN COMPLEXE NON NUL :1) Soit θ un réel on pose : $cos\theta + i\ sin\theta = e^{i\theta}$

Soit $z = [r, \theta]$ un complexe non nul, on a :

$z = r(cos\theta + i\ sin\theta) = re^{i\theta}$ Cette écriture s'appelle la forme exponentielle

2) Soient $z = re^{i\theta}$ et $z' = r'e^{i\theta'}$

a) $zz' = rr'e^{i(\theta+\theta')}$ b) $z^n = r^n e^{in\theta}$ c) $\frac{1}{z'} = \frac{1}{r'}e^{-i\theta'}$

d) $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$ e) $\overline{z} = re^{-i\theta}$ f) $-z = re^{i(\pi+\theta)}$

g) Pour tout réel θ on a : $\left(re^{i\theta}\right)^n = \left(r\right)^n re^{in\theta}$

d'où : $\left(\cos\theta + i\sin\theta\right)^n = \cos\left(n\theta\right) + i\sin\left(n\theta\right)$ $\forall n \in \mathbb{N}\ \forall\theta\in\mathbb{R}$

(Formule de Moivre

h) Formule d'Euler : Pour tout réel θ on a :

$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$

$(\forall(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

$$e^{i\alpha}+e^{i\beta} = e^{i\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)}\left(e^{i\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}+e^{-i\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}\right)$$

(Cette égalité nous permet de déterminer la forme trigonométrique de la somme de deux complexes de même module)

B) LES EQUATION DU SECOND DEGRE DANS $\mathbb{C}$:

1) Les équations de second degré

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $az^2+bz+c=0$ (E) où a a, $b$et c sont des réels avec $a \neq 0$

soit $\Delta = b^2-4ac$ son discriminant

on a :**Si $\Delta = 0$** alors l'équation (E) admet comme solution le complexe $z = -\frac{b}{2a}$

Si $\Delta \neq 0$ l'équation (E) admet comme solution les complexes $z_1 = \frac{-b+\delta}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-\delta}{2a}$ où δ une racine carrées de Δ

Remarque : Si les coefficients a, $b$et c sont des réels et $\Delta < 0$ alors l'équation $az^2+bz+c=$ admet deux racines complexes conjugué $z_1 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

C) LES TRANSFORMATIONS DANS LE PLAN COMPLEXE.

1) La translation : Soit $\vec{u}$ un vecteur de $\mathcal{V}_2$ tel que :

$aff(\vec{u}\ ) = a$; la Translation $t_{\vec{u}}$ transforme $M(z)$ en $M'(z')$

si et seulement si :$z' = z + a$

Cette égalité s'appelle l'écriture complexe de la translation $t_{\vec{u}}$ de vecteur $\vec{u}$ tel que $\boldsymbol{aff(\vec{u}\ ) = a}$

2) L'homothétie : l'homothétie de centre $\Omega(\omega)$ et de Rapport k, admet une écriture complexe de la forme :

$z' = kz + \omega(1 - k)$

3) La rotation : La rotation de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ, admet une écriture complexe de la forme :

$$z' = \left(z-\omega\right)e^{\theta i}+\omega$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Bon courage