الاتصـــــال

السلسلة 1 (10 تمارين)

التمرين 1 :

1. لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & ;x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ أدرس اتصال f في 0 .

2. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-x-2};x\neq 2 \\ f(2)=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

أدرس اتصال الدالة f في النقطة 2 .

3. لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1};x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$ أدرص اتصال الدالة f في 0 .

4. لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $\begin{cases} f(x)=x^2+2x+3;x\geq -2 \\ f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x+2};x<-2 \end{cases}$ أدرس اتصال f في -2.

5. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=2\dfrac{\sin(3x)}{x}+1 & ;x>0 \\ f(x)=x+m-\dfrac{1}{2} & ;x\leq 0 \end{cases}$ حدد قيمة m لكي تكون f متصلة في 0.

6. لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $\begin{cases} g(x)=x-k & ;x<0 \\ g(0)=2 & \\ g(x)=1+\dfrac{\tan x}{x} & ;x>0 \end{cases}$ حيث k عدد حقيقي.

حدد قيمة k التي من أجلها تكون g متصلة في $x_0=0$.

التمرين 2 :

1. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-8}{x-2} & ;x\neq 2 \\ f(2)=12 \end{cases}$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
2. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^5-6x^2+3x+7$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
3. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=2\sin x+3\cos x$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
4. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
5. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2+1}$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
6. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\left(x^2-3x+4\right)\times\cos x$ أدرس اتصال الدالة f على D_f
7. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x^2+1}+\sqrt{x^2-x+4}$
   أدرس اتصال الدالة f على $\mathbb{R}$

التمرين 3 :

بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا في المجال I في الحالتين التاليتين:

1. $I=[0,1];(E):x^5-x^3+5x-4=0$
2. $I=\left]\dfrac{\pi}{3},\pi\right[;(E):2\sin x=x$

التمرين 4 :

بين أن المعادلة $x^3+2x-4=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]1,\dfrac{3}{2}\right[$

التمرين 5 :

بين أن المعادلة $2x^3+7x-4=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\mathbb{R}$ و أن $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$

التمرين 6 :

لتكن f دالة عددية متصلة على مجال $[a,b]$ بحيث: $f(b)>b^2$ و $f(a)<ab$

بين أن : $\exists c\in[a,b]:f(c)=bc$

التمرين 7 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2x^3+x-1$

1. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $0<\alpha<1$.
2. أدرس إشارة الدالة f.

التمرين 8 :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=\sin x+2\cos x$

1. تحقق من أن: $g(0)>0$ و $g\left(\frac{\pi}{2}\right)<\frac{\pi}{2}$
2. أثبت أن المعادلة $g(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

التمرين 9 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$

1. أحسب $f(-1)$ و $f\left(\frac{-1}{2}\right)$ و $f(0)$ و $f(1)$
2. استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال $[-1;1]$

التمرين 10:

لتكن f دالة متصلة و معرفة من مجال $[a;b]$ نحو $[a;b]$.

بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a;b]$