

الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري . Circuit (R,L,C) en série en régime sinusoïdal forcé

رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدًا . عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي ، نقول أن الدارة RLC توجد في نظام جيبي قسري .

I _ النظام المتناوب الجيبي

1 _ شدة التيار المتناوب الجيبي

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$$

I_m الوسع أو شدة القصى للتيار .

$$\omega : \text{نبض التيار} = \frac{2\pi}{T}$$

$(\omega.t + \varphi_i)$: طور التيار في اللحظة t .

φ_i : الطور في أصل التاريخ

مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية $i(t)=I_m$ أي أن $\varphi_i = 0 \Rightarrow \cos \varphi_i = 1$ وبالتالي

$$i(t) = I_m \cos \omega.t$$

الشدة الفعالة I للتيار :

تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة الفصى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2 _ التوتر المتناوب الجيبي

التوتر اللحظي u(t)

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبيية للزمن :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

U_m الشدة القصى للتوتر u(t) وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب .

$$\omega : \text{نبض التوتر اللحظي} u(t) = \frac{2\pi}{T}$$

$(\omega.t + \varphi_u)$: طور التوتر في اللحظة t .

φ_u : الطور في أصل التاريخ t=0

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا $u(t)=U_m=U_m \cos \varphi_u$ وبالتالي أن $\varphi_u = 0$

$$u(t) = U_m \cos \omega.t$$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

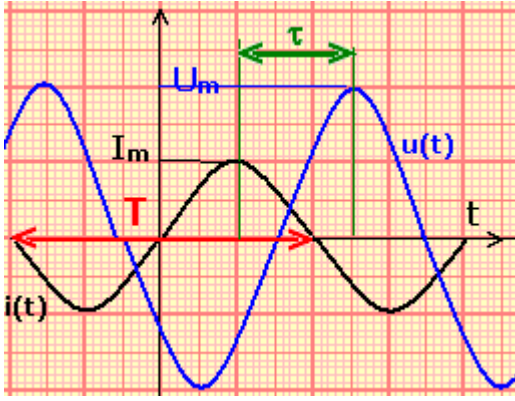
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3 _ مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i) \text{ و } u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

نسمي طور الدالة $u(t)$ بالنسبة للدالة $i(t)$: $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$



وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$ $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$ و $\varphi_{u/i}$ و $\varphi_{i/u}$ تقيس تقدم وتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$ ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i} > 0$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} < 0$ نقول أن $u(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تربع في الطور . ونفس

الشيء بالنسبة $\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة φ ؟

لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i = 0$ أي أن $\varphi = \varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t) = I_m \cos \omega t$ و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t + \tau))$$

يوافق الطور $\varphi = \varphi_u$ للتوتر $u(t)$ بالنسبة للتيار $i(t)$ ، المدة الزمنية τ . حيث $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنى $u(t)$ و $i(t)$.
يمكن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ .

II - دراسة دائرة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

1 - النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر $u(t)$

بين مربطي الدارة RLC و $i(t)$ بدلالة الزمن .
نجز التركيب الكهربائي جانبه ، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى $U_m = 2V$ وعلى التردد $N = 100Hz$.
نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر $u(t)$ بين مربطي الدارة RLC .

نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار

في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .
استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته $i(t) = I_m \cos \omega t$ يمثل التيار $i(t)$ استجابة الدارة

RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

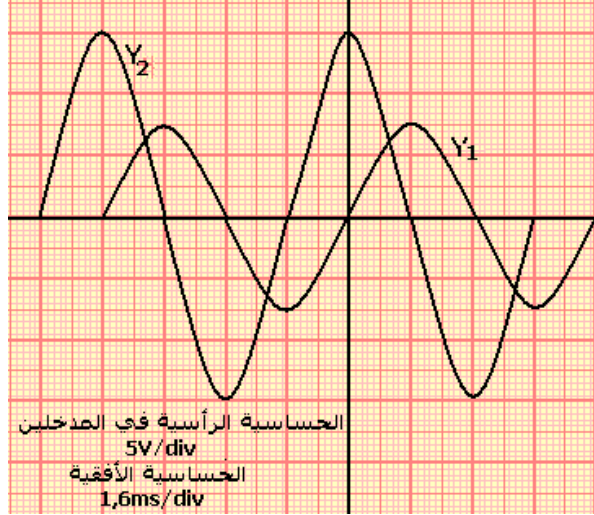
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المنير**

يمكن المدخلان Y_1 و Y_2 لراسم التذبذب من معاينة التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u(t)$ المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 - فسر لماذا تمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية $i(t)$.

حسب قانون أوم لدينا $u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{1}{R}u(t)$ مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل Y_1 يتناسب اطرادا مع $i(t)$.

2 - أحسب شدة التيار القصوى I_m ، ثم تحقق من العلاقة $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.



3 - عين القيمة القصوى U_m للتوتر $u(t)$ ، ثم تحقق من

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ : العلاقة}$$

4 - هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :

- نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟

- نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 - نرسم للفرق الزمني بين منحنيي التوتر $u(t)$ و $i(t)$ بالحرف τ .

5 - 1 بين أن تعبير الطور ϕ للتوتر $u(t)$ بالنسبة لشدة التيار

$$i(t) \text{ يكتب كالتالي : } \phi = 2\pi \frac{\tau}{T}$$

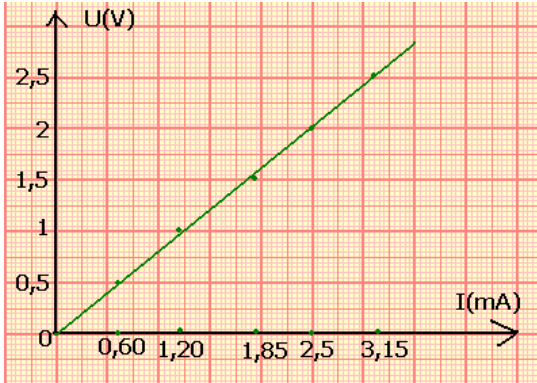
حيث T هو دور كل من المقدارين الجيبين $u(t)$ و $i(t)$.

5 - 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض

الذاتي L للوشية وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الفرق الزمني τ .
2 - مفهوم الممانعة .

تجربة : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال U بدلالة الشدة الفعالة I فنحصل على الجدول التالي :

U(V)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
I(mA)	0	0,60	1,20	1,85	2,50	3,15



نستنتج من خلال الجدول أن U و I يتناسبان اطرادا .

$$U = ZI$$

تسمى الثابتة Z بممانعة الدارة ويعبر عنها في النظام

العالمي للوحدات بالأوم Ω

تأثير التردد على الدارة RLC

غير التردد في التجربة السابقة $N=500\text{Hz}$ ماذا نلاحظ ؟

عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة Z .

2 - الدراسة النظرية لدارة (R,L,C) في النظام

الجسي والقسري .

2 - 1 - المعادلة التفاضلية للدارة :

نختار أصل التواريخ حيث يكون تعبير الشدة اللحظية كالتالي : $i(t) = I_m \cos \omega t$ و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$$

ϕ طور التوتر بالنسبة للشدة i .

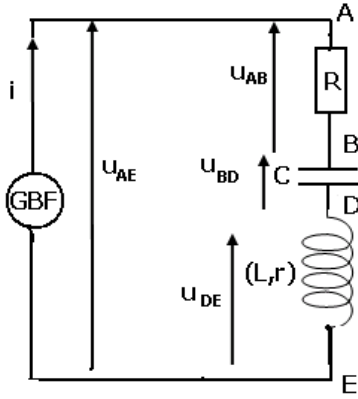
نطبق قانون إضافية التوترات : $u = u_{AE} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DE}$

بتطبيق قانون أوم :

* على الموصل الأومي :

$$u_{AB} = Ri$$

* بالنسبة للوشية لمقامتها الداخلية مهمة ومعامل تحريضها L :



$$u_{DE} = L \frac{di}{dt}$$

* بالنسبة للمكثف سعته C :

و بما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن u دالة أصلية لشدة التيار i التي تنعدم

عند t=0 :

$$q(t) = \int_0^t i dt \Leftrightarrow u_{DE} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدارة (R,L,C) : $u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$

u و i عندهما نفس التردد N وبما أن $\omega = 2\pi N$ فإن u و i لهما نفس النبض .

$$i = I_m \cos \omega t$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{di}{dt} = I_m \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega I_m \sin \omega t$$

$$\int_0^t i dt = I_m \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t$$

في المعادلة التفاضلية المحصل عليها سابقا :

$$u = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

2 - 2 حل المعادلة التفاضلية - إنشاء فرينل

أ - تمثيل فرينل لمقدار جيبي

نعتبر المقدار الجيبي التالي : $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

نقرن المتجهة \vec{U} بالدالة $x(t)$ بحيث في معلم (O, \vec{i}, \vec{j}) عندنا $\|\vec{U}\| = a$ و $(\vec{i}, \vec{U}) = \omega t + \varphi$

المتجهة تدور حول النقطة O بسرعة زاوية ω . عند إسقاط \vec{U} على Ox $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

نلاحظ أن المقدار الجيبي x يطابق القياس الجبري لإسقاط المتجهة \vec{U} على المحور Ox .

إذن يمكن إقران كل مقدار جيبي أو دالة جيبية $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$ بمتجهة تدور بسرعة زاوية ω .

كما أن العكس صحيح كذلك : يمكن أن نقرن كل متجهة دوارة بمقدار جيبي نبضه مساو للسرعة الزاوية

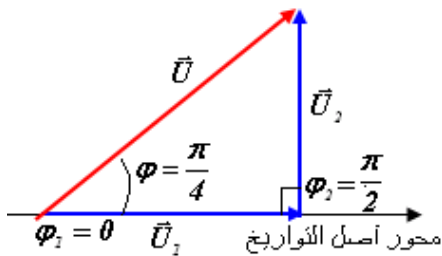
للدوران . المتجهة المقرونة بالدالة الجيبية تسمى بمتجهة فرينل .

ب - مجموع دالتين جيبتين لهما نفس النبض .

نعتبر الدالتين الجيبيتين التاليتين : $x_1(t) = a_1 \cos \omega t$ و

$$x_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

أوجد المجموع $x = x_1 + x_2$ باستعمال متجهة فرينل .



نقرن x_1 بمتجهة \vec{U}_1 بحيث أن $\|\vec{U}_1\| = a_1$ و طورها عند اللحظة t=0

هو $\varphi_1 = 0$

ونقرن x_2 بمتجهة \vec{U}_2 بحيث أن $\|\vec{U}_2\| = a_2$ و طورها في اللحظة t=0 هو $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

المتجهة \bar{U} منظمها $a\sqrt{2}$

وطورها عند اللحظة $t=0$ هو $\varphi = \frac{\pi}{4}$

لأن $\tan \varphi = 1$

إذن $x(t) = a\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

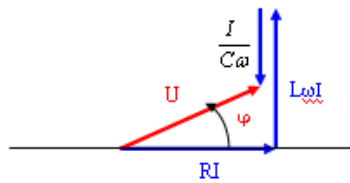
ج - إنشاء فريزل للحصول على مجموع الدالات الثلاث .

اعتمادا على الإنشاء الهندسي والعلاقات في المثلث قائم الزاوية يمكن الحصول على

$$U_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} I_m \quad \text{من هنا نستنتج الممانعة } Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} \quad \text{أي أن}$$

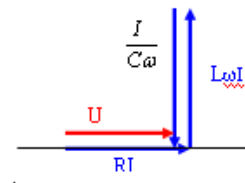
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z} \quad \text{أو كذلك} \quad \text{نحسب } \varphi \quad \text{الطور} \quad \text{نحسب } \tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$



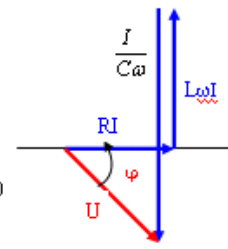
$\varphi > 0$ موجبة نقول أن التوتر u متقدم في الطور على الشدة i في هذه الحالة يكون التأثير التحريضي متوقفا على التأثير الكثافي

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$



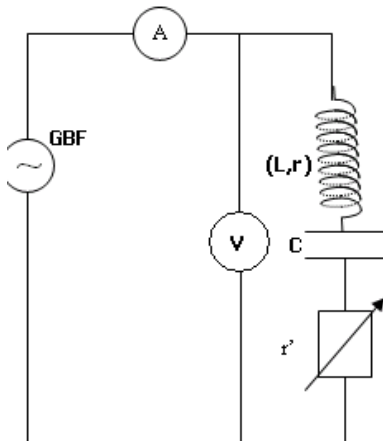
$\varphi = 0$ التوتر u متوافق في الطور مع الشدة i في هذه الحالة تكون ظاهرة الرنين

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$



$\varphi < 0$ سالبة φ نتأخر في الطور على الشدة i وفي هذه الحالة يكون التأثير الكثافي متوقفا على التأثير التحريضي

$$L\omega < \frac{1}{C\omega}$$



III - ظاهرة الرنين الكهربائي .

1 - الدراسة التجريبية :

نجز التركيب التجريبي الممثل جانبه حيث يعطي مولد التوتر المنخفض

GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة U وتردده N قابلان للضبط .

- الوشيعية معامل تحريضها الذاتي $L=0,95H$ ومقاومتها r صغيرة .

- مكثف سعته $C=0,5\mu F$

- نثبت التوتر الفعال U على القيمة $U=2V$ والمقاومة الكلية $R=r+r'$ على

القيمة $R_1=40\Omega$.

- نغير التردد N للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة I للتيار .

- نضبط المقاومة الكلية R للدارة على القيمة $R_2=100\Omega$ وذلك بتغيير

المقاومة r' للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

نغير المقاومة R للدارة بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، فنحصل على النتائج التالية :

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	161	166	170	180	200
$R_1=40\Omega, I(\text{mA})$	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	25,75	23,12	16	9,37	53,7
$R_2=100\Omega, I(\text{mA})$	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14,75	14,87	14,5	12,5	8,25	4,75

استثمار النتائج :

- 1 - مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين R_1 و R_2 للدائرة .
- 2 - يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .
- عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص N_0 للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدائرة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدائرة RLC التوافقية في حالة رنين .
- 2 - 1 حدد بالنسبة لكل منحني :
- التردد N_0 عند الرنين .
- الشدة الفعالة I_0 عند الرنين .
- 2 - 2 أحسب Z_1 ممانعة الدائرة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R_1 للدائرة .
- كيف تتصرف الدائرة RLC عند الرنين ؟
- 3 - المنطقة الممررة ذات - 3dB - 3débibel لدائرة RLC متوالية هي مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد
- حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.
- 3 - 1 عين كلا من N_1 و N_2 بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 .

3 - 2 أحسب العرض $\Delta N = N_2 - N_1$ للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$ ، ماذا

تستنتج ؟

3 - 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدائرة على عرض المنطقة الممررة ؟

4 - ضبط تردد المثير على القيمة N_0 .

4 - 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$ ؟

4 - 2 هل التوتران $u(t)$ و $u_R(t)$ على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

2 - دراسة منحنيات رنين الشدة

أ - قيمة تردد الرنين

حسب المنحنيات نلاحظ:

- أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي $N=160\text{Hz}$ بالنسبة للدائرة كيفما كانت R .

- حساب التردد الخاص N_0 للدائرة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 \cong 604\text{Hz}$$

نستنتج أن $N=N_0$ نقول أن هناك رنيناً.

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساوياً للتردد الخاص N_0 للدائرة
 $N=N_0$

ب - دور مقاومة الكلية للدائرة

يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :

مهما كانت المقاومة R للدائرة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حاداً .

عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابياً .

3 - الدراسة النظرية لظاهرة الرنين :

1 - قيم المقادير المميزة

أ - التردد عند الرنين

$$\omega = 2\pi N \quad I = f(N)$$

$$I = f(\omega)$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{أي تكون قصوية عندما تكون الممانعة } Z \text{ دنوية أي}$$

$$LC\omega^2 = 1$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

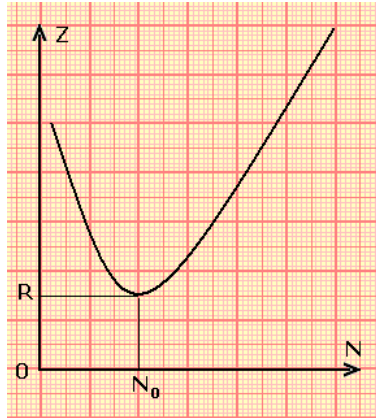
$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

I قصوية بالنسبة $N=N_0$ وهذا يتطابق مع النتائج التجريبية.

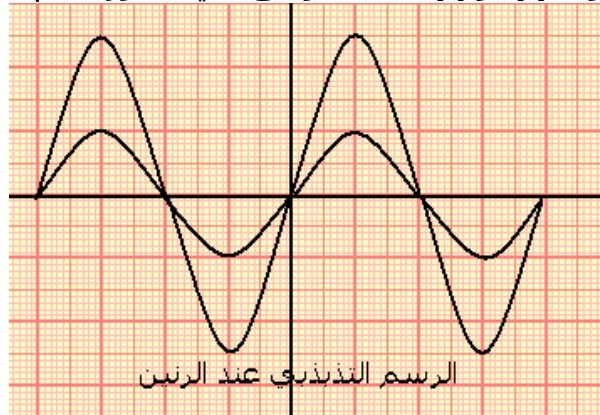
ب - ممانعة الدارة عند الرنين

عند الرنين $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow Z = R$ أي تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي المقاومة الكلية للدارة .

وتكون القيمة القصوية I_0 للشدة الفعالة I : $I_0 = \frac{U}{R} \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} \Leftrightarrow Z = R$



ج - عند الرنين تكون $i(t)$ و $u(t)$ على توافق في الطور: $\phi=0$



2 - المنطقة الممررة. " ذات 3db "

* **تعريف:** المنطقة الممررة . " ذات 3db " لدارة (R,L,C) في مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون

الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين)

$\Delta N = N_2 - N_1$ عرض المنطقة الممررة

- تحديد المنطقة الممررة:

لنبحث عن القيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحددان المنطقة الممررة ،

حيث تكون الاستجابة $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ويكون عرضها

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 \text{ و } \Delta N = N_2 - N_1$$

$$\Delta N = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$2\pi \Delta N = \Delta \omega$$

يعبر عن عرض المنطقة الممررة بالراديان على الثانية rad/s أو بالهرتز .

حساب عرض المنطقة الممررة:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$I_0 = \frac{U}{R} \text{ قيمتها عند الرنين}$$

نبحث عن قيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحددان المنطقة الممررة أي المجال الذي تتحقق فيه

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow I = \frac{U}{R \sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{1}{2R} \Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$$

$$LC\omega_1^2 - 1 = -RC\omega_1 \text{ و } LC\omega_2^2 - 1 = +RC\omega_2$$

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 - \omega_1) = RC \Leftrightarrow \Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

- عرض المنطقة الممررة لا يتعلق إلا ب R و L ويتناسب اطرادا مع R .
- في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن ΔN كذلك صغيرة .

3 - معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = \frac{L}{R} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعبه عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .
 ، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .
 كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{أي} \quad L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

إنشاء فرينل عند الرنين

نسمي معامل الجودة كذلك **معامل فرط التوتر** .

تعبيري التوتر بين مربطي المكثف والوشية عند الرنين :

$$U_L = L\omega_0 I_0 \text{ و } U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_C = U_L \Leftrightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U = R \cdot I_0$$

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{U}{RC\omega_0} = Q \cdot U$$

$$U_L = L\omega_0 I_0 = \frac{L\omega_0 U}{R} = Q \cdot U$$

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{Q_L}{U}$$

يلاحظ أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن $U_C > U$ و $U_L > U$ مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة .

VI - القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

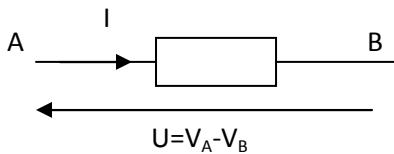
1 - القدرة اللحظية

حالة التيار المستمر

خلال المدة Δt تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي : $W = U I \Delta t$

والقدرة الكهربائية $P = UI$

في النظام المتناوب الجيبي



$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

في هذه الحالة تكون القدرة اللحظية $p = ui$

$$p = 2UI \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi)$$

$$p = UI [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة $p > 0$ أو يفقدها $p < 0$ لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

2 _ القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

$$p = 2UI[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]$$

$$E = UI \int_0^T [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi] dt = UI \cos \varphi \int_0^T dt + UI \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$E = UIT \cos \varphi + 0 = UIT \cos \varphi$$

$$P = \frac{E}{T} \Leftrightarrow P = UI \cos \varphi$$

Cosφ معامل القدرة

القدرة الظاهرية

$$S = UI$$

$$P = UI \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

معامل القدرة

$$U = ZI$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$P = UI \cos \varphi = ZI^2 \frac{R}{Z}$$

$$P = RI^2$$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة $P=RI^2$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي $i(t)$ في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة $P = UI \cos \varphi$ نستخرج $I \cos \varphi = \frac{P}{U}$ بالنسبة لقدرة P محددة يكون $I \cos \varphi$ محدد كذلك

وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة $\cos \varphi$. وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع I^2

القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لا يقل عن 0.8