

# الفصل 1

## الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري

مفهوم نظام جيبي قسري  
رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا .  
نحصل على نظام جيبي قسري ، عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي .

### 1.1 النظام المتناوب الجيبي

#### 1.1.1 شدة التيار المتناوب الجيبي

شدة التيار المتناوب الجيبي ، دالة جيبيية بدلالة الزمن ، تعبيرها يكتب على الشكل التالي :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$I_m$  الوسع أو شدة القصى للتيار ، و حدتها في النظام العالمي للوحدات الأمبير A

$\omega$  : نبض التيار .  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$  rad/s وحدتها

$(\omega t + \varphi_i)$  : طور التيار في اللحظة t . وحدتها rad

$\varphi_i$  : الطور في أصل التاريخ  $t = 0$  وتحدد انطلاقا من الشروط البدئية

مثال : عند أصل التواريخ  $t=0$  شدة التيار قصوية  $i(t=0) = I_m$  أي أن  $\cos\varphi_i = 1$  و  $\varphi_i = 0$  وبالتالي فإن

$i(t) = I_m \cos(\omega t)$  الشدة الفعالة I للتيار : تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها

بالشدة القصى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

#### 2.1.1 التوتر المتناوب الجيبي

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبيية للزمن نعبر عنها بالعلاقة :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$U_m$  : الشدة القصى للتوتر  $u(t)$  وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب . وحدتها الفولط V

$\omega$  : نبض التوتر اللحظي  $u(t)$  وحدتها rad/s ،  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$  ،

$(\omega t + \varphi_u)$  : طور التوتر في اللحظة t . وحدتها rad

$\varphi_u$  : الطور في أصل التاريخ  $t = 0$

مثال عند أصل التواريخ  $t=0$  عندنا  $\varphi_u u(t) = U_m = U_m \cos$  وبالتالي أن  $\cos \varphi_u = 0$  أي أن  $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

### التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

### 3.1.1 مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبين :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

نسمي طور الدالة  $u(t)$  بالنسبة للدالة  $i(t)$  :  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$

وطور الدالة  $i(t)$  بالنسبة للدالة  $u(t)$  :  $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$  و  $\varphi_{i/u}$  تقيس تقدم أو تأخر طور دالة على أخرى .

$\varphi_{u/i} > 0$  نقول أن u متقدمة في الطور على i

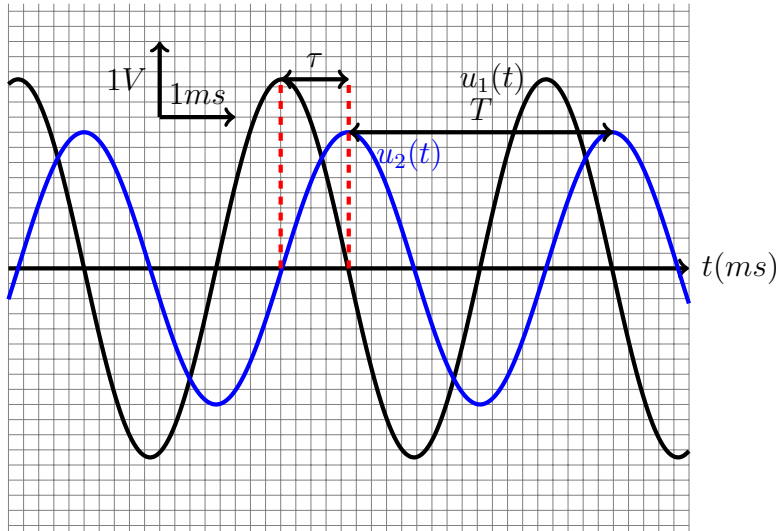
$\varphi_{u/i} < 0$  نقول أن u متأخرة في الطور على i

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$  نقول أن u و i على تربع في الطور . ونفس الشيء بالنسبة  $-\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$  نقول أن u و i على تعاكس في الطور .

$\varphi_{u/i} = 0$  نقول أن u و i على توافق في الطور .

مثال : نعتبر التوترين المتناوبين الجيبين الممثلان في الشكل أسفله :



كيف نحدد قيمة  $\varphi$  ؟

لتبسيط الدراسة نختار  $\varphi_i = 0$  أي أن  $\varphi_{u/i} = \varphi_u$  فتصبح العلاقة  $i(t) = I_m \cos(\omega t)$  و  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$

$$u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi_{u/i}}{\omega}\right)\right)$$

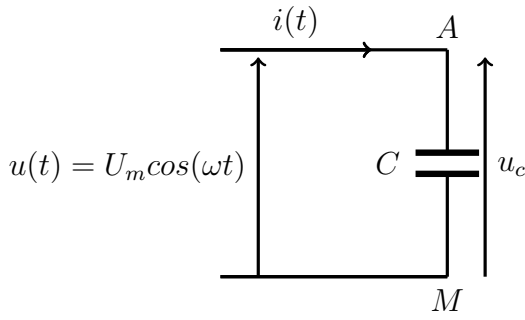
$$\frac{\varphi_{u/i}}{\omega} = \tau$$

$$\varphi_{u/i} = \omega \cdot \tau$$

يسمى  $\tau$  الفرق الزمني بين منحنى  $u(t)$  و  $i(t)$  .

يمكن قياس  $\tau$  على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور  $\varphi_u$  .

$$\varphi_{u/i} = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau$$



أمثلة :  
حدد تعبير شدة التيار المتناوب  $i(t)$  المار في المكثف ذي السعة  $C$  علما أن التوتر المطبق بين مربطيه تعبيره كالتالي  $u(t) = U_c \sqrt{2} \cos(\omega t)$ .  
نعلم أن شدة التيار الكهربائي المار في المكثف :  
 $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$  أي أن :

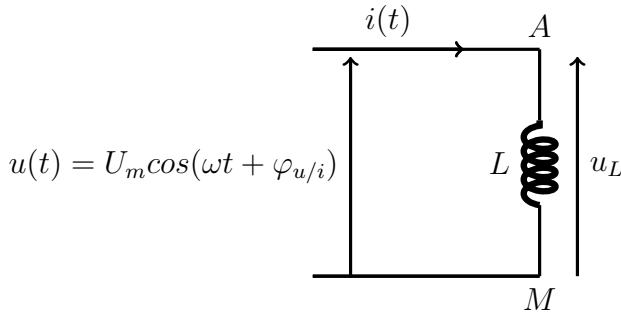
$$i(t) = -CU_c \omega \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = CU_c \omega \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

الشدة الفعالة  $I$  للتيار هي  $I = C\omega U_c$  ومنه فإن التوتر الفعال بين مربطيه المكثف هو :

$$U_c = \frac{I}{C\omega}$$

وأن  $i(t)$  متقدمة في الطور على  $u(t)$  ب  $\frac{\pi}{2}$   
حدد تعبير التوتر المتناوب الجيبي  $u(t) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$  بين مربطيه وشيعة خالصة معامل تحريضها  $L$  ، علما أن شدة التيار المار في الوشيعة المطبق تعبيره كالتالي  $i(t) = I \sqrt{2} \cos(\omega t)$ .  
نعلم أن التوتر الكهربائي المطبق بين مربطيه وشيعة هو :  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  أي أن :



$$u_L(t) = -LI\omega \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$u_L(t) = LI\omega \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L(t) = LI\omega \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

وبالتالي فإن التوتر الفعال  $U_L$  بين مربطيه الوشيعة هو

$$U_L = L\omega \cdot I$$

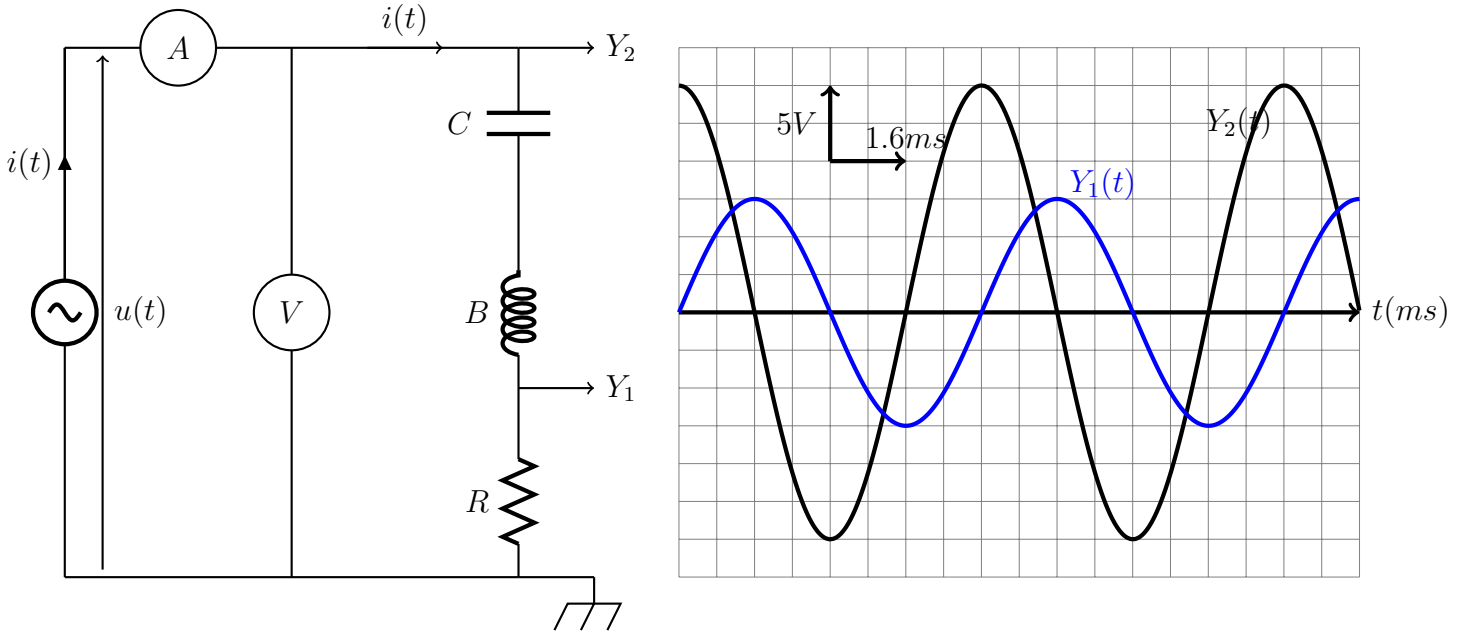
وأن  $u_L$  متقدمة في الطور على  $i(t)$  ب  $\frac{\pi}{2}$

## 2.1 الدراسة التجريبية لدارة RLC متوالية في نظام جيبي قسري

### 1.2.1 النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر $u(t)$ بين مربطيه الدارة RLC و $i(t)$ بدلالة الزمن .

نجز التركيب الكهربائي أسفله، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى  $U_m = 2V$  وعلى التردد  $N = 100Hz$ .

نعين بواسطة راسم التذبذب التوتر  $u_R(t)$  بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر  $u(t)$  بين مربطي الدارة RLC .  
نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .



### استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته  $i(t) = I_m \cos(\omega t)$  يمثل التيار  $i(t)$  استجابة الدارة RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المثير**  
يمكن المدخلان  $Y_1$  و  $Y_2$  لراسم التذبذب من معاينة التوتر  $u_R(t)$  بين مربطي الموصل الأومي والتوتر  $u(t)$  المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 - **فسر لماذا تمكن معاينة التوتر  $u_R(t)$  من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية  $i(t)$  .**  
حسب قانون أوم لدينا

$$u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{1}{R} u_R(t)$$

مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل  $Y_1$  يتناسب اطرادا مع  $i(t)$  .

2 - **أحسب شدة التيار القصوى  $I_m$  ، ثم تحقق من العلاقة  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  .**

3 - **عين القيمة القصوى  $U_m$  للتوتر  $u(t)$  ، ثم تحقق من العلاقة :  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  .**

4 - **أحسب قيم الدور والتردد لكل من  $i(t)$  و  $u(t)$  . هل لمنحني الرسم التذبذبي :**

- نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟

- نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 - **أحسب فرق الطور  $\varphi_{u/i}$  مبينا أي من المقدرين  $i(t)$  و  $u(t)$  متقدم في الطور معللا جوابك .**

5 - **2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض الذاتي L للوشية وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الطور  $\varphi_{u/i}$  .**

**2.2.1 مفهوم الممانعة .**

تجربة : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال  $U$  بدلالة الشدة الفعالة  $I$  فنحصل على الجدول التالي :

$u(V)$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$I(mA)$	0	0,6	1,2	1,85	2,50	3,15
$U/I(\Omega)$	0	833	833	810	800	0,793

يلاحظ أن  $U$  و  $I$  يتناسبان اطرادا أي أن  $U = Z.I$  بحيث أن  $Z$  معامل التناسب وتسمى **بممانعة الدارة** لها بعد المقاومة  $\Omega$

تسمى الثابتة  $Z$  بممانعة الدارة ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$$

وحدتها في النظام العالمي للوحدات الأوم  $\Omega$

**تأثير التردد على الدارة RLC**

تغير التردد في التجربة السابقة  $N'=500\text{Hz}$  ماذا نلاحظ ؟  
عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة  $Z$  .

**3.1 ظاهرة الرنين الكهربائي .****1.3.1 الدراسة التجريبية :**

نجز التركيب التجريبي الممثل أسفله حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة  $U$  وتردده  $N$  قابلان للضبط .

– الوشيعية معامل تحريضها الذاتي  $L=5,2\text{mH}$  ومقاومتها  $r = 7\Omega$  .

– مكثف سعته  $C = 0,47F$

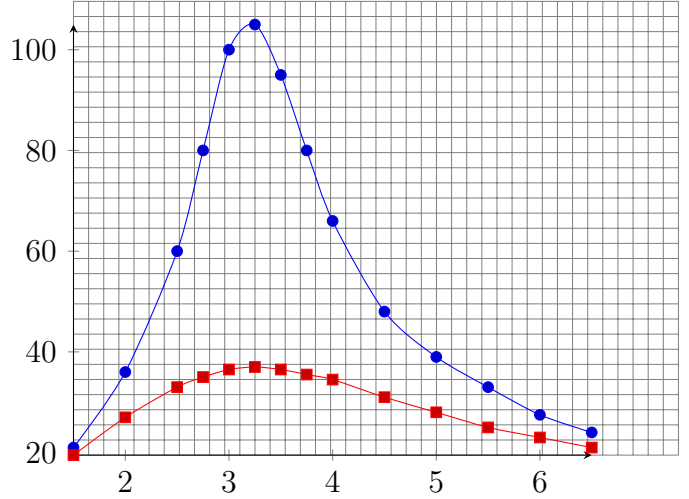
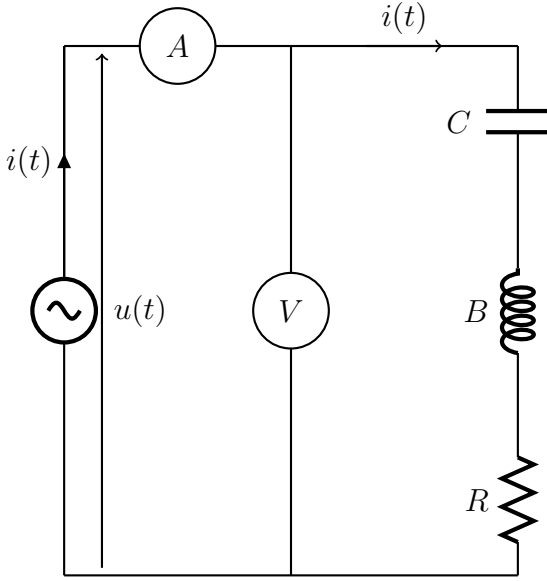
– نثبت التوتر الفعال  $U$  على القيمة  $U=4V$  والمقاومة الكلية  $R = r + r'$  على القيمة  $R_1 = 37\Omega$  .

– نغير التردد  $N$  للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة  $I$  للتيار .

– نضبط المقاومة الكلية  $R$  للدارة على القيمة  $R_2 = 107\Omega$  وذلك بتغيير المقاومة  $r'$  للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

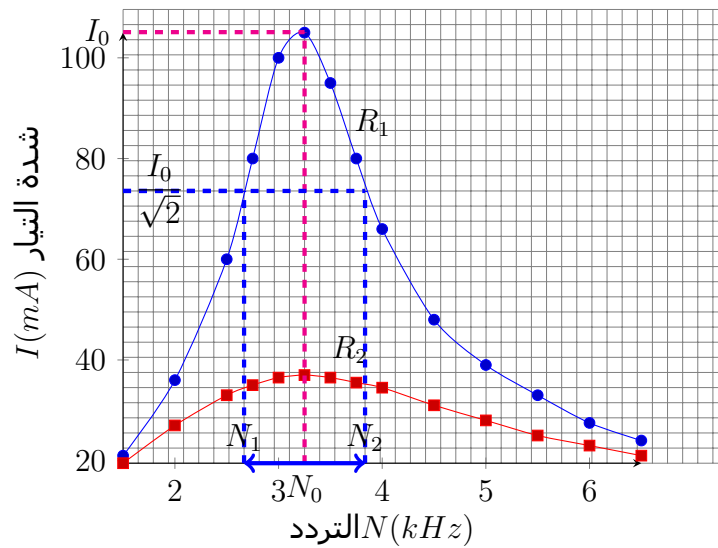
ندون النتائج في الجدول التالي :

$N(kHz)$	1,5	2,0	2,5	2,75	3	5,25	3,5	5,75	4	4,5	5	5,5	6	6,5
$R_1, I(mA)$	21	36	60	80	100	105	95	80	66	48	39	33	27,5	24
$R_2, I(mA)$	19,5	27	33	35	36,5	37	36,5	35,5	34,5	31	28	25	23	21



### استثمار النتائج :

- 1 - مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين  $R_1$  و  $R_2$  للدارة . عرف برنين الشدة
  - 2 - يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF . عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص  $N_0$  للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدارة RLC المتوالية في حالة رنين .
  - 2 - 1 حدد بالنسبة لكل منحنى :  
 - التردد  $N_0$  عند الرنين .  
 - الشدة الفعالة  $I_0$  عند الرنين .
  - 2 - 2 أحسب Z ممانعة الدارة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R للدارة في كلتا الحالتين . كيف تتصرف الدارة RLC عند الرنين ؟
  - 3 - المنطقة الممررة ذات - 3dB - 3décibel لدارة RLC متوالية هي مجال الترددات  $[N_1, N_2]$  للمولد حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة :  $I \geq \frac{I_{0max}}{\sqrt{2}}$  .
  - 3 - 1 عين كلا من  $N_1$  و  $N_2$  بالنسبة للمنحنى الموافق ل  $R_1$  .
  - 3 - 2 أحسب العرض  $\Delta N = N_2 - N_1$  للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية  $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$  ، ماذا تستنتج ؟
  - 3 - 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدارة على عرض المنطقة الممررة ؟
  - 4 - ضبط تردد المثير على القيمة  $N_0$  .
  - 4 - 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين  $u(t)$  و  $uR(t)$  ؟
  - 4 - 2 هل التوتران  $u(t)$  و  $uR(t)$  على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .
- الجواب :
- 1 - تمثيل المنحنى  $I = f(N)$



رنين الشدة : عند الرنين تأخذ شدة التيار قيمة قصوية  $I_0 = 105mA$

1 - 2 التردد  $N_0 = 3,25kHz$  بالنسبة للمنحنيين والشدة الفعالة  $I_0 = 105mA$  بالنسبة للمنحنى  $R_1$  و  $I_0 = 37mA$  بالنسبة للمنحنى  $R_2$ .  
2 - 2 ممانعة الدارة عند الرنين : بالنسبة للمنحنى الموافق ل  $R_1$  لدينا :

$$Z_1 = \frac{U}{I_{01}} = \frac{4}{105 \times 10^{-3}} = 38\Omega$$

وبالنسبة للمنحنى الموافق ل  $R_2$  ، لدينا :

$$Z_2 = \frac{U}{I_{02}} = 108\Omega$$

في كلتا الحالتين أن ممانعة الدارة تساوي تقريبا مقاومة الدارة الكلية

عند الرنين ممانعة الدارة RLC تساوي المقاومة الكلية للدارة . أي أن الدارة RLC تتصرف كموصل أومي .

$$Z = R_T$$

## 2 - دراسة منحنيات رنين الشدة

أ - قيمة تردد الرنين حسب المنحنيات نلاحظ:

- أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي  $N=3250Hz$  بالنسبة للدارة كيفما كانت R .  
- حساب التردد الخاص  $N_0$  للدارة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 3219Hz$$

$$N \simeq N_0$$

نقول أن الدارة RLC في حالة رنين. resonance.

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد  $N$  للتوتر المطبق مساويا للتردد الخاص  $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  للدارة

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

**ب - دور مقاومة الكلية للدارة** يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة : كلما كانت المقاومة  $R$  للدارة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حادا . عندما تكون  $R$  كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضابيا .

**ج - ممانعة الدارة عند الرنين** عند الرنين  $Z = R_T$  وتكون ممانعة الدارة في هذه الحالة دنوية . كذلك يكون التوتر بين مربطي المكثف مساويا للتوتر بين مربطي الوشيعة أي أن  $U_C = U_L$  ومنه فإن

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

**د - الطور  $\varphi$  عند الرنين :** بواسطة راسم النذبذ عند معينة التوتيرين  $u(t)$  و  $u_R(t)$  ، نلاحظ انهما على توافق في الطور أي أنه عند الرنين تكون  $i(t)$  و  $u(t)$  على توافق في الطور :

$$\varphi_{u/i} = 0$$

### 2.3.1 - المنطقة الممررة. " ذات 3db "

\* تعريف: المنطقة الممررة . " ذات 3db " لدارة  $(R,L,C)$  في مجال الترددات  $[N_1, N_2]$  للمولد حيث تكون الاستجابة  $I$  أكبر أو على الأقل تساوي  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  (  $I_0$  تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين )  
عرض المنطقة الممررة

$$\Delta N = N_2 - N_1$$

حسب الدراسة التجريبية :  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  يوفقها على منحنى شدة الرنين القيمة  $74mA$  في الحالة الأولى  $R_1$  و  $26mA$  في الحالة الثانية  $R_2$  ومنه فإن  $\Delta N = 1,03kHz$  و  $\Delta N' = 3,47kHz$  أنظر المنحنى أعلاه .

نستنتج :

• في الحالة التي تكون فيها  $R$  صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن عرض المنطقة الممررة  $\Delta N$  صغيرة . وكلما كبرت  $R$  يكون الرنين ضابيا وعرض المنطقة كبيرا .



**3 – معامل الجودة**

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

بما أن  $\omega = 2\pi N$  فإن :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

حساب معامل الجودة في الدارة السابقة :

$$Q_1 = \frac{3,25}{1,03} = 3,15$$

$$Q_2 = \frac{3,25}{3,74} = 0,74$$

معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعب عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .  
كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .  
كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة أي أن الرنين ضبابي .  
نسمي معامل الجودة كذلك معامل **فرط التوتر** .

يلاحظ تجريبيا أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن  $U_C > U$  و  $U_L > U$  مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة L, C لذا يجب تفاديها .  
ملحوظة :

من خلال منحنى رنين الشدة واعتمادا على الدراسة التجريبية :

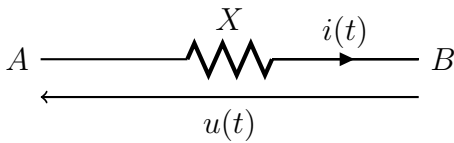
$N < N_0$  لدينا  $i(t)$  متقدمة في الطور على  $u(t)$  نقول أن الدارة كثافية  
 $N > N_0$  لدينا  $u(t)$  متقدمة في الطور على  $i(t)$  نقول أن الدارة تحريضية

**4.1 القدرة في النظام المتناوب الجيبي .****1.4.1 – القدرة اللحظية**

في حالة التيار المستمر :

خلال المدة  $\Delta t$  تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي  $W = UI \cdot \Delta t$  والقدرة الكهربائية  $UI$

في النظام المتناوب الجيبي :  $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$  و  $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$  في هذه الحالة تكون القدرة الكهربائية اللحظية :



$$\mathcal{P} = u(t) \times i(t)$$

$$\mathcal{P} = 2UI \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

ونعلم أن :

$$\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi)$$

$$\mathcal{P} = UI (\cos(2\omega t + \varphi) + \cos(\varphi))$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة  $\mathcal{P} > 0$  أو يفقدها  $\mathcal{P} < 0$  لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

### 2.4.1 القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$\mathcal{P} = \frac{dE}{dt} \Rightarrow dE = \mathcal{P} dt$$

$$E = UI \int_0^T (\cos(2\omega t + \varphi) + \cos(\varphi)) dt$$

$$E = UI \cos\varphi \int_0^T dt + UI \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$E = UIT \cos\varphi + 0 = UIT \cos\varphi$$

$$\mathcal{P} = \frac{E}{T}$$

$$\boxed{\mathcal{P} = UI \cos\varphi}$$

بحيث أن معامل القدرة وبما أن  $U = ZI$  و  $\cos\frac{R}{Z}$  وبالتالي فإن  $\mathcal{P} = RI^2$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة :

$$\mathcal{P} = RI^2$$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا U ثابتا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي  $i(t)$  في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور  $\varphi$  يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة  $\mathcal{P} = RI^2$  بالنسبة لقدرة  $\mathcal{P}$  محددة يكون  $I \cos\varphi = \frac{\mathcal{P}}{U}$  محدد كذلك وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة  $\cos\varphi$  . وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع  $I^2$  فهذا يمثل ضياعا للطاقة على حساب المؤسسة الموزعة لذا فإن هذه الأخيرة تحدد معامل القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لا يقل عن 0.8 .