

الذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية  
les oscillations forcées dans un circuit RLC série

1- النظام المتناوب الجيبي

1- التوتر المتناوب الجيبي

نعتبر عن التوتر المتناوب الجيبي بـ :  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$

حيث  $\omega$  : النبض بـ rad/s حيث  $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$\varphi_u$  : طور التوتر عند أصل التواريخ بـ (rad).

$(\omega t + \varphi_u)$  الطور التوتر عند اللحظة t بـ (rad).

$U_m$  القيمة القصوى للتوتر بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة  $I = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  و تقاس باستعمال جهاز الفولطمتر

2- التيار المتناوب الجيبي

نعتبر عن التيار المتناوب الجيبي بـ :  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

حيث  $\omega$  : النبض بـ rad/s حيث  $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$\varphi_i$  : طور التيار عند أصل التواريخ بـ (rad).

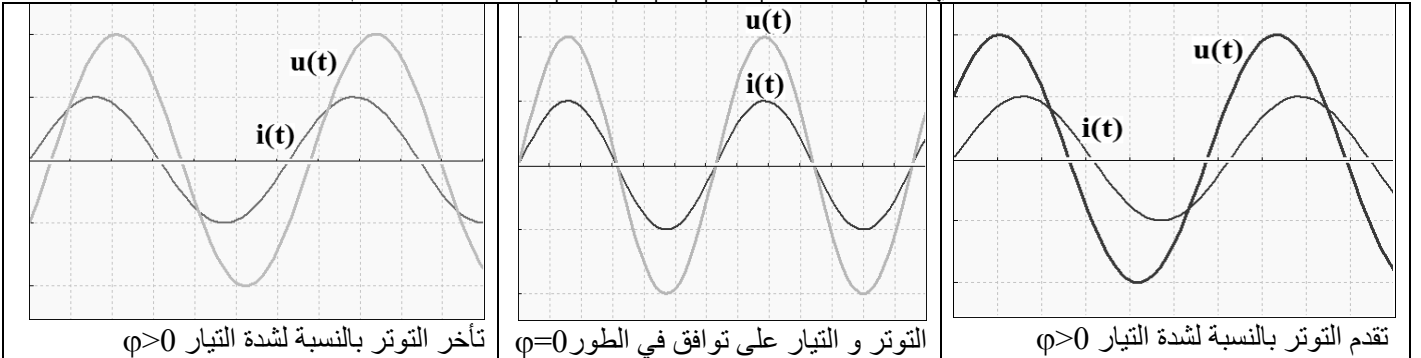
متوالية RLC الذبذبات القسرية في دارة  $(\omega t + \varphi_i)$  الطور التيار عند اللحظة t بـ (rad).

$I_m$  القيمة القصوى للتيار بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  و تقاس باستعمال جهاز الامبيرمتر

3- طور التوتر بالنسبة للتيار

نعتبر عن  $\varphi_{u/i}$  طور التوتر بالنسبة للتيار بـ :  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u$

اصطلاحا نأخذ طور التيار هو أصل الأطوار أي  $\varphi_i = 0$  ومنه  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u = \varphi$  حيث تشير إلى تقدم أو تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار



تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار  $\varphi > 0$

التوتر و التيار على توافق في الطور  $\varphi = 0$

تقدم التوتر بالنسبة لشدة التيار  $\varphi < 0$

كيف نحدد قيمة  $\varphi$  ؟

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$  أي  $u(t) = U_m \cos(\omega(t + \varphi_{u/i}/\omega))$  الكمية  $\varphi/\omega$  تسمى التأخر الزمني فنكتب  $\tau = \varphi_{u/i}/\omega$  و علما ان

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ نستنتج تعبير } \varphi_{u/i} = \tau \cdot \frac{2\pi}{T}$$

عمليا يمكن قياس  $\tau$  بين التوتر و التيار على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور  $\varphi_{u/i}$ .

2- دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي و قسري

1- الذبذبات القسرية في دارة RLC

التفسير	النتيجة	التجربة
المولد GBF يجبر الدارة RLC المتوالية على ان تتذبذب بتردد مخالف لتردها الخاص $N_0$ لدى نقول ان الذبذبات الناتجة ذبذبات القسرية المولد GBF يزود RLC بتوتر متناوب جيبي فنقول ان الدارة RLC المتوالية في نظام جيبي و قسري	- يظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته : $i(t) = I_m \cos \omega t$	يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

نسمي الدارة RLC المتوالية بـ " الرنان " و المولد GBF بـ " المثير " .

2- مفهوم الممانعة

نسمي Z ممانعة الدارة ، مقدار يميز الدارة RLC المتوالية بالنسبة لتردد معين و حدثها في النظام العالمي للوحدات هي  $\Omega$

$$\text{تعبيرها : } Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R_{\text{éq}}^2 + (L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N})^2}$$

### 3- ظاهرة الرنين الكهربائي

#### 1- إبراز ظاهرة الرنين الكهربائي

مهما كانت المقاومة الإجمالية للدائرة فإن :

- شدة التيار الفعال تأخذ قيمة قصوى عندما يتساوى N تردد GBF (المثير)
- عند  $R=40\Omega$  الرنين حاد
- و عند  $R=120\Omega$  الرنين ضبابي

- عند الرنين الكهربائي تعبير التردد هو :  $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

#### 2- الممانعة عند الرنين

تتغير ممانعة الدائرة مع التردد حيث  $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R_{\text{éq}}^2 + \left(L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N}\right)^2}$

- عند الرنين يأخذ التيار اكبر قيمة أي ان تأخذ الممانعة Z تأخذ قيمة ادنى

أي  $L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N} = 0$  فنستنتج  $Z=R$

- عند الرنين الكهربائي تعبير الممانعة هو :  $Z=R_{\text{éq}}$

#### 3- تعبير الطور عند الرنين

بصفة عامة نعبر عن الطور بالعلاقتين :  $\tan \varphi = \frac{L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N}}{R_{\text{éq}}}$  او  $\cos \varphi = \frac{R_{\text{éq}}}{Z}$

عند الرنين  $Z=R_{\text{éq}}$  و منه  $\varphi=0^\circ$  أي التوتر u(t) و شدة التيار i(t) على توافق في الطور

#### 4- المنطقة الممررة ذات (-3décibels)

المنطقة الممررة هي مجال الترددات  $[N_1, N_2]$  للمولد حيث تكون الاستجابة I

أكبر أو على الأقل تساوي  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  حيث  $I_0$  هي الشدة الفعالة للتيار عند

الرنين".

- تحديد عرض المنطقة الممررة : الشكل جانبه

- تعبير عرض المنطقة الممررة

لدينا  $I_0$  شدة التيار الفعالة عند الرنين حيث :  $I_0 = \frac{U}{R}$  مع  $(R_{\text{éq}} = R)$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \text{ مع } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{R \cdot \sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \leftarrow 2R^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \leftarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = R^2$$

و بالتالي : عرض المنطقة الممررة

ببدلالة النبط  $\omega$  :

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

ببدلالة التردد N :

$$\Delta N = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\begin{cases} 1 - LC\omega_1^2 = RC\omega_1 \\ LC\omega_2^2 - 1 = RC\omega_2 \end{cases}$$

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 - \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 + \omega_1)(\omega_2 - \omega_1) = RC(\omega_2 - \omega_1)$$

- ✓ عرض المنطقة الممررة لا يتعلق سوى بخصائص الدارة RLC .
- ✓ عرض المنطقة الممررة يتناسب اطرادا مع R مقاومة الدارة .
- ✓ إذا كانت R صغيرة تكون  $\Delta N$  صغيرة و بالتالي الرنين حاد
- ✓ إذا كانت R كبيرة تكون  $\Delta N$  صغيرة و بالتالي الرنين ضبابي

## 5- معامل الجودة

عند الرنين  $\frac{1}{C.2\pi.N_0} = L.2\pi.N_0$  فإن معامل الجودة

$$Q = \frac{1}{R_{\text{eq}} \cdot C \cdot \omega_0} = \frac{1}{R_{\text{eq}} \cdot C \cdot 2\pi \cdot N_0}$$

نعلم ان  $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$Q = \frac{1}{R_{\text{eq}}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

" يعرف معامل الجودة بالعلاقة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \text{ او } Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

حيث  $N_0$  - التردد الخاص للدارة RLC

-  $\Delta N$ : عرض المنطقة الممررة .

$$Q = \frac{L \cdot \omega_0}{R_{\text{eq}}} = \frac{L \cdot 2\pi \cdot N_0}{R_{\text{eq}}} \text{ فإن } \Delta \omega = \frac{R_{\text{eq}}}{L}$$

ب- ملحوظة:

$$* \text{ عند الرنين يكون التوتر الفعال : } U = R \cdot I_0 \text{ فإن } Q = \frac{L \omega_0 I_0}{R I_0} = \frac{1}{RC \omega_0} \frac{I_0}{I_0} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

عندما يكون الرنين حادا تكون  $Q$  كبيرة جدا و بالتالي ، سيكون :  $U_L > U$  و  $U_C > U$  نسمي هذه الظاهرة ، ظاهرة "فرط التوتر" .

## 4- القدرة في النظام المتناوب الجيبي

1- القدرة اللحظية  $P$ 

نعتبر ثنائي القطب  $AB$  ، يمر فيه تيار كهربائي شدته اللحظية :

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t \text{ و بين مربطيه توتر لحظي } u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

القدرة اللحظية التي يتبادلها ثنائي القطب هي:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2U \cdot I \cos(\omega t + \varphi) \cos \omega t$$

$$p(t) = U \cdot I [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

و هي دالة جيبيية نبضها  $2\omega$  و دورها  $\frac{T}{2}$  ، حيث  $T$  دور  $i(t)$  و  $u(t)$  .

2- القدرة المتوسطة أو القدرة النشيطة  $\mathcal{P}$ 

هي مجموع القدرات اللحظية المستهلكة من طرف ثنائي القطب خلال دور واحد  $T$  . و هكذا و خلال دور  $T$ :

$$\mathcal{P} = \frac{\sum_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt}{T}$$

$$\mathcal{P} = \frac{\int_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt}{T}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U \cdot I [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)] dt$$

$$\mathcal{P} = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \left[ \cos \varphi \cdot t + \frac{1}{2\omega} \cos(2\omega t + \varphi) \right]_0^T$$

$$\mathcal{P} = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \left[ \cos \varphi \cdot T + \frac{1}{2\omega} [\sin((2\omega T + \varphi)) - \sin \varphi] \right]_0^T$$

$$\sin((2\omega T + \varphi)) - \sin \varphi = 0 \text{ اي } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sin(4\pi + \varphi) = \sin \varphi$$

$$\mathcal{P} = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \text{ و بالتالي:}$$

$$* \text{ معامل القدرة : } \cos \varphi \text{ . } * \text{ القدرة الظاهرية } S = U \cdot I$$

ملحوظة

نعلم ان  $U = R_{\text{eq}} \cdot I$  و  $\cos \varphi = \frac{R_{\text{eq}}}{Z}$  ومنه  $\mathcal{P} = R \cdot I^2$  و هذا يعني ان في الدارة RLC المتواليية ، لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة  $R$  بمفعول جول