Inisse Groupe scolaire	**الامتحان التجريبي الأول** **مادة الرياضيات** **دورة فبراير 2015**	المستوى: الثانية ع- رياضية المدة: 4 ساعات السنة الدراسية: 2014-2015

التمرين الأول ك3 ن

المستوى P منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O;\vec{I};\vec{J})$. نعتبر التطبيق φ الذي يربط كل نقطة M من P لحقها z بالنقطة M' ذات اللحق z' بحيث : $z' = -i\bar{z} + 2i$

فيما يلي نعتبر النقط : A و B و C التي ألحقها على التوالي $z_A = 2i$ و $z_B = 2$ و $z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ والنقط M و N و M' و M'' التي ألحقها على التوالي z و $\bar{z}$ و z' و $\overline{z'}$ بحيث M' هي صورة M بالتطبيق φ و $z \in \mathbb{C} - \{-2\}$.

1- حدد النقطة C' صورة C بالتطبيق φ . — 0,50

2- أ) بين أن المستقيمين (ON) و (AM') متعامدان . — 0,50

ب) لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة التي مركزها O وشعاعها 2

حدد $\mathcal{C}' = \varphi(\mathcal{C})$ — 0,50

ج) تحقق أن $C \in (\mathcal{C})$ ولكتب z_C على الشكل المثلثي ثم أنشئ $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}')$ و C و C' . — 0,50

3- لتكن M نقطة من $(\mathcal{C})$ تخالف B. بين أن : $z = 2e^{i\theta}$ $\exists \theta \in]0;2\pi[$ ثم حدد معيار وعمدة z' بدلالة θ. — 0,50

4- أ) بين أن M'' هي صورة M بالدوران r الذي مركزه $\Omega(1-i)$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ — 0,50

ب) ليكن n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$ ونعتبر النقطة M_n ذات اللحق z^n . حدد z إذا علمت أن $r(M_n) = B$. — 0,50

التمرين الثاني ك3 ن

1) بين أن 163 عدد أولي — 0,25

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $(E): 13x - 162y = 1$

حل المعادلة (E) — 0,50

3) نعتبر في $\mathbb{Z}$ النظمة : $(S): \begin{cases} x \equiv a \ [13] \\ x \equiv b \ [162] \end{cases}$ حيث a و b عددان من $\mathbb{Z}$

أ- تحقق من أن العدد $x_0 = 325b - 324a$ هو حل للنظمة (S) — 0,25

ب- بين أن: $(S) \Longleftrightarrow x \equiv x_0 \ [2106]$ — 0,50

ج- حل في $\mathbb{Z}$ النظمة (S) في الحالة $a = 2$ و $b = 3$ — 0,50

4) ليكن x عددا من $\mathbb{Z}$ بحيث : $x^{25} \equiv 3 \ [163]$

أ- بين أن: $x \wedge 163 = 1$ ثم أن: $x \equiv 3^{13} \ [163]$ — 0,75

ب- استنتج أن: $x^{25} \equiv 3 \ [163] \Longleftrightarrow x \equiv 3^{13} \ [163]$ — 0,75

المستوى: الثانية ع- رياضية

المدة: 4 ساعات

السنة الدراسية: 2015-2014

الامتحان التجريبي الأول
مادة الرياضيات
دورة فبراير 2015

Groupe scolaire

التمرين الثالث (3ن)

تذكير: $(M_3(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية

1) نزود المجموعة $G=\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي T المعرف بما يلي:

$(\forall (a;b)\in G)(\forall (c;d)\in G)\quad (a;b)T(c;d)=(ac;ad+bc)$

أ- بين أن القانون T تبادلي وتجميعي — 0,50

ب- حدد العنصر المحايد للقانون T — 0,25

ج- بين أن (G,T) زمرة تبادلية — 0,25

د- ليكن n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$. بين أن: $\underbrace{(-1;1)T\ldots T(-1;1)}_{n\text{ مرة}}=\left((-1)^n;n(-1)^{n+1}\right)$ — 0,50

2) لكل $(a;b)$ من $\mathbb{R}^2$، نضع: $M_{(a;b)}=\begin{pmatrix}a & b & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}$ ونعتبر المجموعة $E=\left\{M_{(a;b)}\ /\ (a;b)\in G\right\}$

أ- بين أن E جزء مستقر من $(M_3(\mathbb{R}),\times)$ — 0,25

ب- بين أن التطبيق: $f:G\longrightarrow E$, $(a;b)\longrightarrow M_{(a;b)}$ تشاكل تقابلي من (G,T) نحو $(E,\times)$ — 0,50

ج- استنتج بنية $(E;\times)$ ثم حدد مقلوب كل مصفوفة $M_{(a;b)}$ من E — 0,25

د- نضع: $A=M_{(-1;1)}$ ، احسب: A^n لكل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$ — 0,50

التمرين الرابع (3 نقط)

الجزء I

ليكن a عدد صحيح طبيعي غير منعدم بحيث : $a\wedge 10=1$

1) أ- بين أنّ a عدد فردي و استنتج أنّ : $a^8\equiv 1\ [2]$. — 0,25 ن

ب- بين أنّ a غير قابل للقسمة على 5 و أنّ $a^4\equiv 1\ [5]$. — 0,25 ن

ج- استنتج أنّ $a^8\equiv 1\ [10]$. — 0,25 ن

2) أ- بيّن أنّ: $\forall k\in\mathbb{N}$ ، $a^{8\times 10^k}\equiv 1\ [10^{k+1}]$ و استنتج أنّ : $a^{800000001}\equiv a\ [10^9]$. — 0,75 ن

ب. باستعمال نتيجة السؤال السابق ، أثبت وجود عدد صحيح طبيعي x بحيث الكتابة العشرية للعدد x^3 هي بالعدد 123456789 — 0,5 ن

الجزء الثاني

1) أ- نضع $E = \{0,1,2,.....,30\}$ ونعتبر التطبيق f من E نحو E والذي يربط كل عنصر n من E بباقي القسمة ل $27n + 4$ على 31

بين أن f تقابل من E نحو E وحدد f^{-1} .

مسألة: (7 ن)

لكل n من $\mathbb{N}-\{0,1\}$ نضع: $I=\left]-\frac{1}{n},+\infty\right[$.

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة بمايلي:

$$\begin{cases} f_n(x)=\dfrac{\ln(1+nx)}{x} \; ; \quad x\in I-\{0\} \\ f_n(0)=n \end{cases}$$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ و أول النتيجة هندسيا. ن 0,50

ب- بين أن الدالة f_n متصلة على اليمين في 0. ن 0,50

2) نعتبر الدالة φ_t للمتغير الحقيقي x المعرفة على I بمايلي:

$$t\in I \; ; \quad \varphi_t(x)=x^2\left(\ln(1+nt)-nt\right)-\left(\ln(1+nx)-nx\right)t^2$$

أ- باستعمال φ_t بين انه يوجد عدد c من $]0,t[$ بحيث: ن 0,50 $(t>0)$

$$\frac{\ln(1+nt)-nt}{t^2}=\frac{-n^2}{2(1+nc)}$$

ب- استنتج أن f_n قابلة للاشتقاق في 0 وان $f_n'(0)=-\frac{n^2}{2}$ ن 0,50

3) نعتبر الدالة g_n للمتغير الحقيقي x المعرف على I بمايلي:

$$g_n(x)=nx-(1+nx)\ln(1+nx)$$

أ- بين أن: $\left(\forall x\in I-\{0\}\right) \quad g_n(x)<0$ ن 0,50

ب- بين أن f_n قابلة للاشتقاق على $I-\{0\}$ وان: ن 0,50

$$\forall x\in I-\{0\} \quad f'_n(x)=\frac{g_n(x)}{x^2(1+nx)}$$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f_n . ن 0,50

4) ادرس الوضع النسبي لمنحنيي الدالتين f_n و f_{n+1} على المجال $]0,+\infty[$. ن 0,5

5) أ- بين أن المعادلة $f_n(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α_n في $[0,+\infty[$. ن 0,5

ب- بين أن $1.01<\alpha_2<1.09$ وحدد باستعمال طريقة التفرع الثنائي تاطيرا للعدد α_2 سعته 0,02. ن 0,5

ج- بين أن المتتالية (α_n) تزايدية. ن 0,5

د- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\alpha_n$. ن 0,5

6)- انشئ في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالتين f_2 و f_3. ن 0,5 + 0,5