

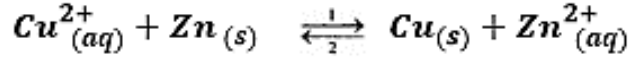
تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء الدورة الاستدراكية 2018
مسلك العلوم الفيزيائية

التمرين الأول: الكيمياء

الجزء الأول: دراسة العمود زنك-نحاس

1- تعبير ثم حساب $Q_{r,i}$:

حسب معادلة التفاعل:



$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Zn}^{2+}]_i}{[\text{Cu}^{2+}]_i} \Rightarrow Q_{r,i} = \frac{1}{1} = 1$$

2- استنتاج منحى التطور التلقائي للمجموعة الكيميائية:

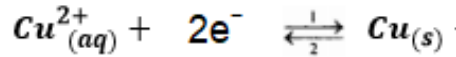
$$\text{نلاحظ أن: } Q_{r,i} \ll K = 1,7.10^{37}$$

حسب معيار التطور التلقائي، تتطور المجموعة تلقائيا في المنحى المباشر أي المنحى (1).

3- المعادلة الكيميائية للتفاعل الحاصل عند الكاثود:

بجوار الكاثود (القطب الموجب) يحدث تفاعل اختزال أيونات Cu^{2+} :

عند الكاثود يحدث اختزال للأيون Cu^{2+} :



4- حساب $m(\text{Cu})$ كتلة النحاس المتكون خلال اشتغال العمود لمدة $\Delta t = 5 \text{ h}$:

معادلة التفاعل	$\text{Cu}^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Cu}_{(s)}$	كمية مادة e^- المنتقلة
كمية المادة البدئية	$C_1 \cdot V_1$	$n_i(\text{Cu})$
كمية المادة بعد تمام Δt	$C_1 \cdot V_1 - x$	$n_i(\text{Cu}) + x$

حسب الجدول الوصفي:

كمية مادة النحاس المتكونة: $n(\text{Cu}) = x$

كمية مادة الالكترونات: $n(e^-) = 2x$ أي:

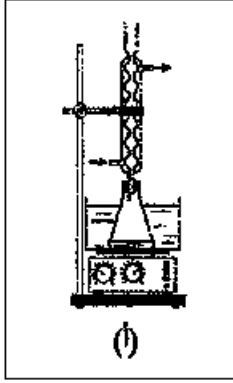
لدينا: $Q = n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t$ أي:

و $n(\text{Cu}) = \frac{m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})}$ أي:

$$m(\text{Cu}) = \frac{n(e^-)}{2} \cdot M(\text{Cu}) \Rightarrow m(\text{Cu}) = \frac{I \cdot \Delta t \cdot M(\text{Cu})}{2F}$$

$$m(\text{Cu}) = \frac{0,3 \times 5 \times 3600 \times 63,5}{2 \times 9,65 \cdot 10^4} \Rightarrow m(\text{Cu}) \approx 1,02g$$

ت.ع:



الجزء الثاني: دراسة حلمة إستر

1- حلمة إيثانوات الميثيل

1.1- دور حمض الكبريتيك المضاف:

هو تسريع التفاعل.

1.2- مميزتا التفاعل:

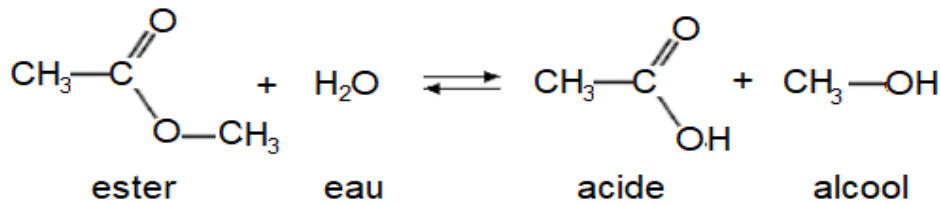
تفاعل محدود وبطيء.

1.3- اختيار التركيب المستعمل في التسخين بالارتداد:

التركيب (أ).

يمكن هذا التركيب من الحفاظ على كمية مادة الأنواع الكيميائية في الخليط التفاعلي بتكثيف أبخرتها وإرجاعها إلى الدورق عكس التركيبين (ب) و (ج).

1.4- معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



1.5- حساب K ثابتة التفاعل:

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}]_f \cdot [\text{CH}_3\text{OH}]_f}{[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{CH}_3]_f \cdot [\text{H}_2\text{O}]_f}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$\text{CH}_3 - \text{CO}_2 - \text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3 - \text{CO}_2\text{H} + \text{CH}_3 - \text{OH}$
كمية المادة في الحالة البدئية	0,6 0,6 0 0
كمية المادة في الحالة الوسيطة	0,6 - x 0,6 - x x x
كمية المادة في الحالة النهائية	0,6 - x _f 0,6 - x _f x _f x _f

$$[\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}]_f = [\text{CH}_3\text{OH}]_f = \frac{x_f}{V} \quad \text{و} \quad [\text{CH}_3\text{CO}_2\text{CH}_3]_f = [\text{H}_2\text{O}]_f = \frac{0,6 - x_f}{V}$$

$$K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{0,6 - x_f}{V}\right)^2} = \left(\frac{x_f}{0,6 - x_f}\right)^2$$

$$0,6 - x_f = 0,4 \quad \text{و} \quad n_f(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{CH}_3) = 0,4 \text{ mol} \quad \text{حساب } x_f \text{ لدينا:}$$

$$x_f = 0,6 - 0,4 = 0,2 \text{ mol} \quad \text{أي:}$$

$$K = \left(\frac{0,2}{0,6 - 0,2}\right)^2 \Rightarrow K = 0,25 \quad \text{ت.ع:}$$

2-الحمأة القاعدية لإيثانوات الميثيل

2.1-كتابة الصيغة نصف المنشورة لكل من $A_{(l)}$ و $B_{(aq)}^-$:

معادلة التفاعل لإيثانوات الميثيل وأيون الهيدروكسيد (الحمأة القاعدية للإستر):



الصيغة نصف المنشورة ل $A_{(l)}$ هي $CH_3 - OH_{(l)}$ (ميثانول)

الصيغة نصف المنشورة ل $B_{(aq)}^-$ هي $CH_3 - CO_2^-_{(aq)}$ (أيون الإيثانوات)

2.2.1-تحديد قيمة $G_{1/2}$ مواصلة الخليط عندما يأخذ تقدم التفاعل القيمة $x = \frac{x_{max}}{2}$:

تحديد x_{max} التقدم الأقصى باستعمال الجدول الوصفي.

معادلة التفاعل	$CH_3 - CO_2 - CH_3 (l) + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3 - OH_{(l)} + CH_3 - CO_2^-_{(aq)}$			
كمية المادة عند $x = 0$	n_0	n_0	0	0
كمية المادة عند x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
كمية المادة عند $x = x_f$	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

بما ان الخليط متساوي المولات فإن: $n_0 - x_{max} = 0$ أي: $x_{max} = n_0$

$$x_{max} = c_0 \cdot V_0 = 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$x_{1/2} = \frac{x_{max}}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \frac{10^{-3}}{2} = 5.10^{-4} \text{ mol}$$

$$x(t) = -6,3.10^{-2} \cdot G(t) + 1,57.10^{-3}$$

لدينا:

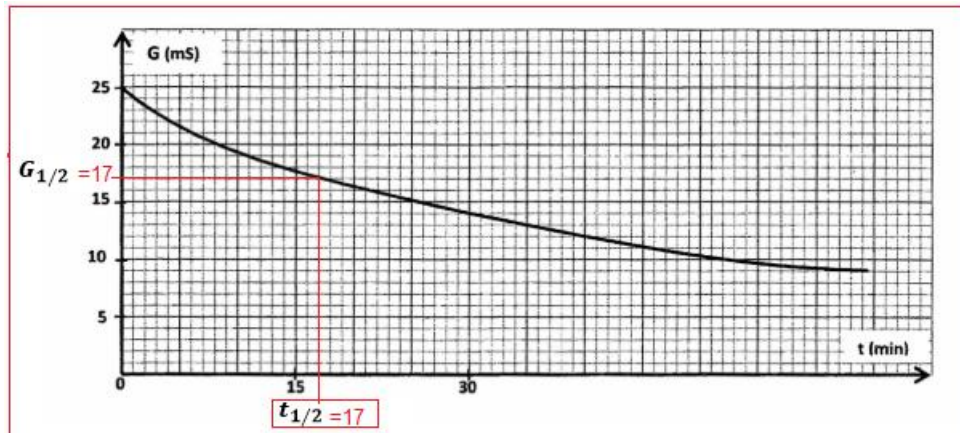
$$-6,3.10^{-2} \cdot G(t) = x(t) - 1,57.10^{-3} \Rightarrow G(t) = \frac{1,57.10^{-3} - x(t)}{6,3.10^{-2}}$$

$$G_{1/2} = \frac{1,57.10^{-3} - x_{1/2}}{6,3.10^{-2}} \Rightarrow G_{1/2} = \frac{1,57.10^{-3} - 5.10^{-4}}{6,3.10^{-2}} \approx 0,017 \text{ S}$$

$$G_{1/2} \approx 17 \text{ mS}$$

2.2.2-تحديد قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

مبيانيا نجد (أنظر الشكل أسفله) عند $G_{1/2} \approx 17 \text{ mS}$ القيمة: $t_{1/2} = 17 \text{ min}$.



التمرين الثاني: التحولات النووية

دراسة تفتت نواة البلوتونيوم 241

1-كتابة معادلة التفاعل:



حسب قانونا صودي:

$$\begin{cases} 241 = 241 + A \\ 94 = 95 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 241 - 241 = 0 \\ Z = 94 - 95 = -1 \end{cases}$$

الدقيقة المنبعثة هي: ${}^A_Z\text{X} = {}^{-1}_1\text{e}$ الإلكترون.

معادلة التفتت:



طراز النشاط الاشعاعي هو β^- .

2-حساب ب MeV ، الطاقة E_{lib} المحررة خلال تفتت نواة واحدة من ${}^{241}_{94}\text{Pu}$:

$$E_{lib} = |\Delta E|$$

$$\Delta E = [m({}^{241}_{95}\text{Am}) + m({}^{-1}_1\text{e}) - m({}^{241}_{94}\text{Pu})].c^2$$

$$\Delta E = (241,00471 + 0,00055 - 241,00529)u.c^2$$

$$\Delta E = -3.10^{-5} \times 931,5 \text{ MeV}.c^{-2}.c^2 = -0,027945 \text{ MeV}$$

إذن الطاقة المحررة هي:

$$E_{lib} \approx 0,28 \text{ MeV}$$

3-أيجاد النشاط a_1 للعينة عند اللحظة $t_1 = 28,70 \text{ ans}$:

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

لدينا حسب قانون التناقص الإشعاعي:

$$a_1 = a(t_1) = a_0 \cdot e^{-\lambda t_1} \Rightarrow a_1 = a_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t_1}$$

عند اللحظة t_1 القانون يكتب:

ت.ع:

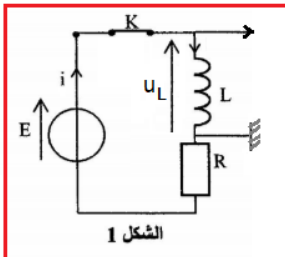
$$a_1 = 3.10^6 e^{-\frac{\ln 2}{14,35} \times 28,70} \Rightarrow a_1 = 7,5.10^5 \text{ Bq}$$

التمرين الثالث: الكهرباء

الجزء الأول: استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة

1-تبيانة التركيب لمعاينة التوتر u_L :

(أنظر الشكل 1 جانبه)



2-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار في الدارة:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_L + u_R$ (1)

حسب قانون أوم: $u_R = R \cdot i$ و $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

نعوض في المعادلة (1): $L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = E$

نستنتج المعادلة التفاضلية: $\frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$

3- تعبير التوتر u_L بدلالة t و E و R و L :

لدينا: $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ مع: $i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$

بالاشتقاق نحصل على: $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} \right) = -\frac{d}{dt} \left(\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R} \frac{d(e^{-\frac{Rt}{L}})}{dt} = -\frac{E}{R} \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{E}{L} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{E}{L} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}} \Rightarrow u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$$

4- حساب التوتر u_L عند $t = \tau$

لدينا: $u_L(\tau) = E \cdot e^{-\frac{R}{L}\tau}$ مع: $\tau = \frac{L}{R}$

$$u_L(\tau) = E \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot \frac{L}{R}} = E \cdot e^{-1}$$

تحديد E مبيانيا باستعمال الشكل 2 لدينا عند $t = 0$ نجد: $u_L(0) = 9V$

$$u_L(0) = E \cdot e^0 = E \Rightarrow E = 9V$$

$$u_L(\tau) = 9 \times e^{-1} \approx 3,3V$$

5- التحديد المبياني ل τ : (أنظر الشكل جانبه)

$$\tau = 1ms$$

-استنتاج L :

لدينا: $\tau = \frac{L}{R}$ أي: $L = \tau \cdot R$

$$L = 10 \times 1.10^{-3} = 10^{-2} H$$

$$L = 10mH$$

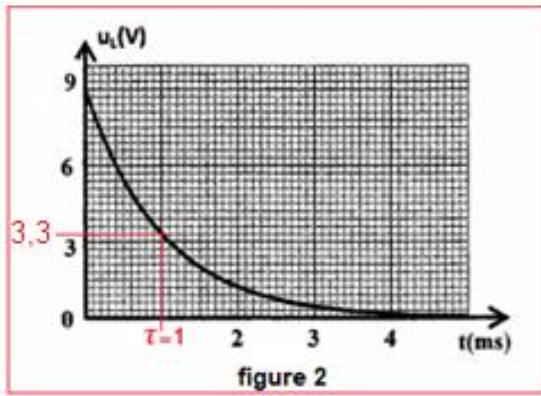
6- حساب الطاقة المغنطيسية عند اللحظة $t = \tau$:

لدينا: $E_m(t) = \frac{1}{2} L \cdot i(t)^2$ وعند $t = \tau$: $E_m(\tau) = \frac{1}{2} L \cdot i(\tau)^2$

تحديد $i(\tau)$: $i(\tau) = \frac{E}{R} (1 - e^{-1})$ ت.ع: $i(\tau) = \frac{9}{10} (1 - e^{-1}) = 0,57A$

استنتاج $E_m(\tau)$:

$$E_m(\tau) = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times 0,57^2 \Rightarrow E_m(\tau) \approx 1,62 \cdot 10^{-3} J$$



الجزء الثاني: استقبال موجة مضمّنة الوسع

رقم السؤال	الجواب الصحيح
1	ج
2	ب
3	ج

التعليل (ليس مطلوبا):

1- سعة المكثف C التي تمكن من انتقاء الموجة ذي التردد $f_0 = 530 \text{ kHz}$:

$$\text{لدينا: } T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{L.C} \text{ أي: } \frac{1}{f_0^2} = 4\pi^2 L.C \text{ ومنه: } C = \frac{1}{4\pi^2 L.f_0^2}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \times 10.10^{-3} \times (530 \times 10^3)^2} = 9,010^{-12} \text{ F} \Rightarrow C \approx 9 \text{ pF} \rightarrow \text{ج} \quad \text{ت.ع:}$$

2- سعة المكثف C_1 المستعملة في الجزء 2 (كاشف الغلاف) :

$$\text{للحصول على إزالة تضمين جيد يجب ان يكون: } \frac{1}{F_p} \ll \tau = R_1.C_1 < \frac{1}{f_s}$$

$$\frac{1}{F_p.R_1} \ll C_1 < \frac{1}{f_s.R_1} \Rightarrow \frac{1}{530 \times 10^3 \times 35} \ll C_1 < \frac{1}{1.10^3 \times 35}$$

$$5,39.10^{-8} \text{ F} \ll C_1 < 2,86.10^{-5} \text{ F} \Rightarrow 5,39.10^{-2} \mu\text{F} \ll C_1 < 28,6 \mu\text{F}$$

القيمة التي تمكن تحقيق الشرط إزالة تضمين جيد هي: $C_1 = 20 \mu\text{F} \rightarrow \text{ب}$ لأن:

$$5,39.10^{-2} \mu\text{F} \ll C_1 = 20 \mu\text{F} < 28,6 \mu\text{F}$$

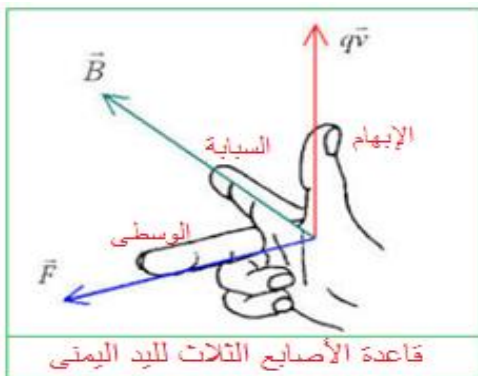
3- الدور الذي يلعبه الجزء 3 في التركيب التجريبي هو: ج- إزالة المركبة المستمرة.

التمرين الرابع: الميكانيك

الجزء الأول: دراسة حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم

1- التعرف على مسار كل دقيقة:

بتطبيق قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى على الدقيقة He^{2+} حيث يشير :



- الإبهام إلى منحنى متجهة $q\vec{V}$ (رأسيا نحو الأعلى)

- السبابة إلى منحنى متجهة \vec{B} (أفقيا وراء الصفحة)

- الوسطى إلى منحنى القوة \vec{F} (أفقيا نحو اليسار)

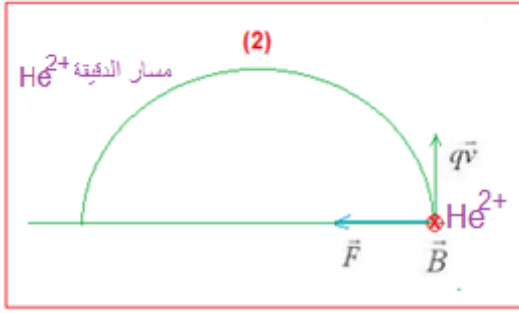
يكون مسار الدقيقة O^{2-} هو (1) و مسار He^{2+} هو (2).

2- إثبات ان حركة الأيون He^{2+} منتظمة ومسارها دائري:

- المجموعة المدروسة: الدقيقة He^{2+} ذات الكتلة $m(He^{2+})$

والشحنة $q = 2e$

- جرد القوى: تخضع الدقيقة فقط لقوة لورنتز \vec{F} تعبيرها: $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$



- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع غاليلي:

$$q\vec{V} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a} \iff \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{e}{m} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

متجهة التسارع \vec{a} عمودية على المتجهتين \vec{V} و \vec{B} .

في معلم فريني $M(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ إحداثيات متجهة التسارع هي $\vec{a}(0, a_n, 0)$

انطلاقا من العلاقة المتجهية (1) نستنتج ان متجهة التسارع \vec{a} عمودية في كل لحظة على متجهة السرعة \vec{V} ومنه فإن :

$$\vec{a} = a_N \cdot \vec{n}$$

و $a_T = 0$ أي: $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه: $V = cte$

نستنتج ان منظم متجهة السرعة ينحفظ ومنه فإن الحركة منتظمة.

- إثبات أن المسار دائري وأن شعاعه يكتب $R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}) \cdot V}{2e \cdot B}$

باستعمال أساس فريني (M, \vec{u}, \vec{n})

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{u} + a_N \cdot \vec{n} = a_N \cdot \vec{n} = \frac{V^2}{\rho} \cdot \vec{n}$$

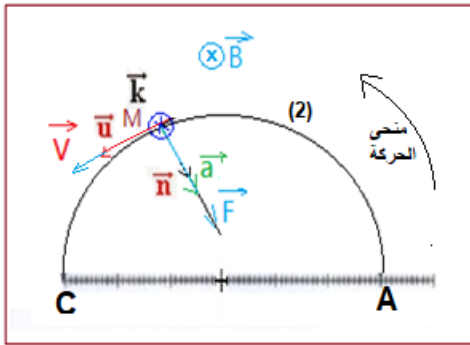
حيث ρ : انحناء المسار .

أي: $a = \frac{2e}{m} \cdot V \cdot B = \frac{V^2}{\rho}$ نستنتج ان المسار دائري $\rho = R = \frac{m \cdot V}{2e \cdot B} = cte$

تعبير شعاع مسار الأيون He^{2+} ذي الكتلة $m(He^{2+})$ هو: $R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}) \cdot V}{2e \cdot B}$

3- تحديد النسبة $\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}}$:

باستعمال الشكل 1 نجد: $R_{O^{2-}} = \frac{AD}{2} = 4 \text{ div}$ و $R_{He^{2+}} = \frac{AC}{2} = 1 \text{ div}$



ومنه:

$$\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{4}{1} = 4$$

4-التحقق من كتلة الدقيقة O^{2-} :

حسب تعبير شعاع الدقيقة He^{2+} :

$$R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}$$

تعبير كتلة الدقيقة O^{2-} هو:

$$R_{O^{2-}} = \frac{m(O^{2-}).V}{2e.B}$$

للدققتين شحنتين متقابلتين $q_{He^{2+}} = -q_{O^{2-}} = 2e$ ونفس السرعة V وهما يوجدان في نفس المجال المغنطيسي \vec{B} .

$$\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{\frac{m(O^{2-}).V}{2e.B}}{\frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}} \Rightarrow \frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{m_{O^{2-}}}{m_{He^{2+}}} \Rightarrow \frac{m_{O^{2-}}}{m_{He^{2+}}} = 4 \Rightarrow m_{O^{2-}} = 4m_{He^{2+}}$$

$$m_{O^{2-}} = 4 \times 6,68.10^{-27} \Rightarrow m_{O^{2-}} = 2,67.10^{-26} \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$

الجزء الثاني: دراسة طاقة للنواس البسيط

1-باستعمال معادلة الأبعاد نثبت ان العلاقة $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ متجانسة:

$$\text{لدينا: } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{وبالتالي: } [T_0] = [\pi] \cdot \left(\frac{[L]}{[g]}\right)^{1/2} \quad \text{مع } [g] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L] \cdot [t]^{-2}$$

$$[T_0] = \left(\frac{[L]}{[L] \cdot [t]^{-2}}\right)^{1/2} = (t^2)^{1/2} \Rightarrow [T_0] = [t]$$

وحدة T_0 هي الثانية وبالتالي فالعلاقة $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ متجانسة.

2-إيجاد قيمة T_0 :

$$\text{لدينا: } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{ت.ع.} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{9,8}} \Rightarrow T_0 \approx 2,84 \text{ s}$$

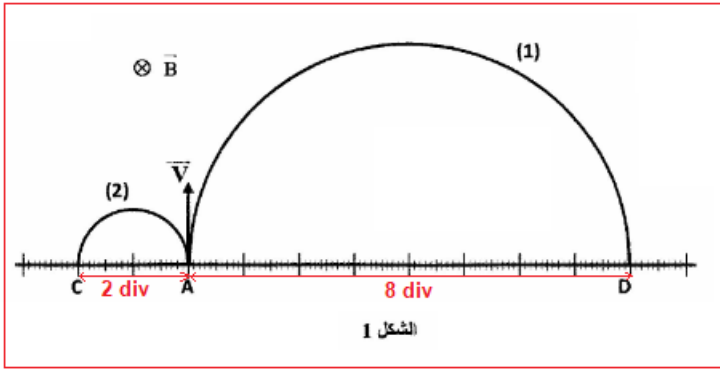
-إيجاد قيمة φ :

حسب الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$:

-النواس في حالة سكون عند موضع توازنه المستقر أي: $z = 0 \Rightarrow \theta = 0$

- تم إرسال النواس بسرعة بدئية في المنحنى الموجب $\dot{\theta}(0) > 0$

$$\text{لدينا: } \theta(t) = \theta_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

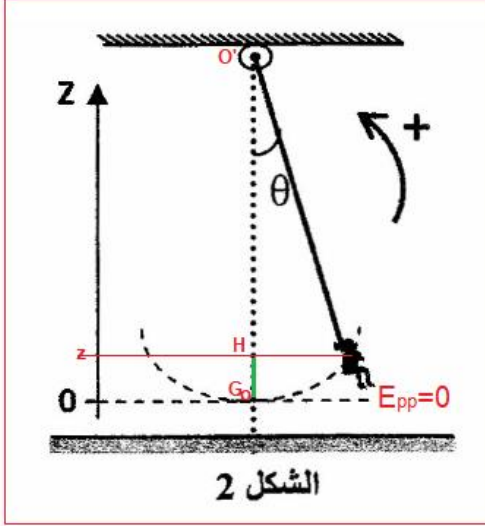


$$\theta(0) = \theta_{max} \cdot \cos\varphi \Rightarrow \theta_{max} \cdot \cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ أو } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow \dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} \cdot \sin\varphi > 0$$

$$\dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

3-إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس:



حسب تعبير طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp} = m \cdot g \cdot z + cte$

باعتبار المستوى الأفقي المار من موضع التوازن مرجعا ل E_{pp}

يكون: $cte = 0$

تعبير z:

حسب الشكل 2:

$$z = HG_0 = O'G_0 - O'H$$

$$z = L - L \cdot \cos\theta = L(1 - \cos\theta)$$

في حال التذبذبات الصغيرة $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$z = L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2} L \cdot \theta^2$$

نعوض في تعبير E_{pp} : $E_{pp} = m \cdot g \cdot z$ نجد: $E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta^2$

$$\theta(t) = \theta_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{مع:}$$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \left[\theta_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)\right]^2 \quad \text{نحصل على:}$$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{نستنتج:}$$

4-إثبات تعبير الطاقة الميكانيكية E_m :

لدينا: $E_m = E_{pp} + E_c$ مع: $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ حيث: $v = L \cdot \omega = L \cdot \dot{\theta}$

$$\theta(t) = \theta_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \left[-L \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)\right]^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot L^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta_{max}^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = \frac{1}{2} m \cdot L^2 \cdot \frac{g}{L} \cdot \theta_{max}^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{g}{L} \quad \text{حيث: } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ وبالتالي: } \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ ومنه:}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right)$$

نعوض تعبير كل من E_c و E_{pp} في E_m :

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 \cdot \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right) + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right)$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 \left[\underbrace{\cos^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right) + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right)}_{=1} \right]$$

نستنتج:

$$E_m = \frac{1}{2} m g \cdot L \cdot \theta_{max}^2$$

5- حساب الكتلة m للجسم (S):

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب:

$$\frac{1}{2} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_{max}^2 = E_{c \max} \quad \text{أي} \quad E_m = E_{c \max}$$

$$m = \frac{E_{c \max}}{\frac{1}{2} g \cdot L \cdot \theta_{max}^2} \Rightarrow m = \frac{2 E_{c \max}}{g \cdot L \cdot \theta_{max}^2}$$

عند $t = 0$ لدينا: $z = 0$ (أي: $E_{pp} = 0$) وبالتالي: $E_{c0} = E_{c \max}$

$$m = \frac{2 \times 13,33}{9,8 \times 2 \times 0,20^2} \Rightarrow m = 34 \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$